

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
инклюзивного высшего образования

«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет Прикладной математики и информатики  
Кафедра Информационных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора по ООД

 Пузанкова Е.Н.  
« 30 » августа 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

образовательная программа направления подготовки  
01.03.02 "Прикладная математика и информатика"  
Б1.О.12 «Дисциплины (модули)», Обязательная часть

Профиль подготовки  
Вычислительная математика и информационные технологии

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

Форма обучения: очная

Курс 2,3 семестр 4,5

Москва  
2019

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата)», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 9 от 10 января 2018 г. Зарегистрировано в Минюсте России 06 февраля 2018 г. №49937.

Составители рабочей программы: МГТЭУ, доцент кафедры информационных технологий и прикладной математики

место работы, занимаемая должность

Нуцубидзе Нуцубидзе Д.В. «22» августа 2019 г.  
подпись Ф.И.О. Дата

Рецензент: МГТЭУ, доцент кафедры Информационных технологий и прикладной математики

место работы, занимаемая должность

Ахмедов Ахмедов Р.Э. «23» августа 2019 г.  
подпись Ф.И.О. Дата

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры Информационных технологий и прикладной математики (протокол № 1 от «26» августа 2019 г.)

/Зав. кафедрой ИТиПМ/ Петрунина Петрунина Е.В. «26» августа 2019 г.  
подпись Ф.И.О. Дата

СОГЛАСОВАНО

Начальник

Учебного отдела

«21» август 2019 г. И.Г. Дмитриева  
(дата) (подпись) (Ф.И.О.)

СОГЛАСОВАНО

Декан

факультета

«26» август 2019 г. Е.В. Петрунина  
(дата) (подпись) (Ф.И.О.)

СОГЛАСОВАНО

Заведующий

библиотекой

«26» август 2019 г. В.А. Ахтырская  
(дата) (подпись) (Ф.И.О.)

РАССМОТРЕНО И  
ОДОБРЕНО  
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИМ  
СОВЕТОМ  
Пр. № 1 30 август 19 г.

# 1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

## 1.1. Цель и задачи изучения учебной дисциплины (модуля)

**Целью** курса “Дифференциальные уравнения” является обучение студентов теории и методам дифференциальных уравнений, имеющих фундаментальное теоретическое значение и используемых в качестве основных математических моделей в естествознании, технике и других областях.

**Задачи** изучения дисциплины:

- овладение навыками моделирования практических задач дифференциальными уравнениями;
- выработка умения классифицировать уравнения;
- выработка умения ставить и исследовать задачу Коши;
- овладение навыками интегрирования простейших дифференциальных уравнений первого порядка;
- выработка умения строить решение линейных уравнений и систем;
- формирование представлений о методах приближенного решения задач с помощью дифференциальных уравнений.

## 1.2. Требования к результатам освоения дисциплины

*Изучение данной дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:*

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.
	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.
	ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.
	ОПК-3.2. Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений в области профессиональной деятельности.
	ОПК-3.3. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.
	ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной

	математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов.
	ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.

1.3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (бакалавриат).

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к основной части блока Б.1. Изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных обучающимися при изучении дисциплины «Математика» в средней общеобразовательной школе, «Математического анализа» и «Алгебры и геометрии».

Знания, полученные при изучении данного курса, используются при изучении всех дисциплин, для которых необходим аппарат дифференциальных уравнений.. Сюда можно отнести, например, курсы «Теория управления», «Исследование операций», «Физика» и другие.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы в соответствии с формами обучения

Объем дисциплины «Дифференциальные уравнения» составляет 6 з. е./ 216 часов:

Вид учебной работы	Всего, часов	Курс, часов	
		1 курс	
		1 сем.	2 сем.
Аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего в том числе:	84	42	42
Лекции	36	18	18
Практические занятия	48	24	24
Лабораторные занятия			
Самостоятельная работа обучающихся	60	30	30
Промежуточная аттестация (подготовка и сдача), всего:			
Контрольная работа			
Курсовая работа			
Зачет			
Экзамен	72	36	36
Итого:	216	108	108
Общая трудоемкость учебной дисциплины (в часах, зачетных единицах)			

## 2.2. Содержание дисциплины по темам (разделам)

### Семестр 4:

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (тематика занятий)	Формируемые компетенции (индекс)
1.	<b>Основные понятия.</b>	<p>Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Определение частного и общего решения, связь между ними. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие задачи Коши. Теорема существования и единственности решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (без доказательства). Геометрическая интерпретация обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Уравнение радиоактивного распада.</p>	ОПК-1
2.	<b>Дифференциальные уравнения первого порядка.</b>	<p>Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Понятие ортогональных траекторий. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка - основные свойства решения однородных и неоднородных уравнений. Метод вариации произвольной постоянной. Уравнение Бернулли. Уравнение Рикатти. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Условие полного дифференциала. Интегрирующий множитель. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Решение дифференциальных уравнений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Понятие особого решения. Методы приближенных решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера. Метод неопределенных коэффициентов.</p>	ОПК-1

### Семестр 5:

3.	<b>Дифференциальные уравнения n-го порядка.</b>	<p>Линейная зависимость и независимость функций. Понятие линейной зависимости и независимости функций. Определитель Вронского. Свойства. Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие понятия. Понятие частного и общего решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка (без доказательства). Дифференциальные уравнения n-го порядка, допускающие понижение порядка. Решение дифференциальных уравнений n-го методом</p>	ОПК-1 ОПК-3
----	---	---	----------------

		<p>введения параметра.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка. Общие понятия. Свойства. Однородные линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка. Структура общего решения. Понятие фундаментальной системы решений.</p> <p>Неоднородные линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка. Структура общего решения. Формула Лиувилля - Остроградского.</p> <p>Однородные линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Понятие Характеристического уравнения.</p>	
4.	<b>Неоднородные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка.</b>	<p>Неоднородные линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.</p>	<p>ОПК-1</p> <p>ОПК-3</p>
5.	<b>Краевые задачи.</b>	<p>Краевые задачи. Понятие краевой задачи. Решение краевой задачи с помощью функции Грина.</p>	<p>ОПК-1</p> <p>ОПК-3</p>
6.	<b>Системы дифференциальных уравнений.</b>	<p>Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.</p> <p>Нахождение интегрируемых комбинаций.</p> <p>Системы линейных дифференциальных уравнений. Теоремы о решениях системы линейных дифференциальных уравнений.</p> <p>Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.</p>	<p>ОПК-1</p> <p>ОПК-3</p> <p>ПК-2</p>
7.	<b>Теория устойчивости.</b>	<p>Теория устойчивости. Основные понятия. Простейшие типы точек покоя. Второй метод А. М. Ляпунова.</p> <p>Исследование на устойчивость по первому приближению. Признаки отрицательности действительных частей всех корней многочлена.</p> <p>Случай малого коэффициента при производной высшего порядка.</p> <p>Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Теорема Малкина об устойчивости при постоянно действующих возмущениях.</p>	<p>ОПК-1</p> <p>ОПК-3</p> <p>ПК-2</p>
8.	<b>Уравнения в частных производных.</b>	<p>Уравнения в частных производных первого порядка. Основные понятия. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.</p> <p>Связь с векторным полем. Характеристики.</p> <p>Теорема об общем решении уравнения в частных производных первого порядка.</p>	<p>ОПК-1</p> <p>ОПК-3</p> <p>ПК-2</p>

<b>9.</b>	<b>Вариационное исчисление.</b>	<p>Вариационные задачи с неподвижными границами. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера. Функционалы вида</p> $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, \dots, y'_n) dx.$ <p>Функционалы вида <math>\int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) dx</math>. Система уравнений Эйлера. Уравнение Эйлера–Пуассона. Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных. Метод вариаций в задачах с подвижными границами. Простейшая задача с подвижными границами. Задача с подвижными границами для функционалов вида <math>\int_{x_0}^{x_1} F(x, y, z, y', z') dx</math></p>	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2
-----------	---------------------------------	---	------------------------

### 2.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего часов	Формы текущего контроля успеваемости
<b>Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре:</b>						
1.	<b>Основные понятия</b>	4	2	4	10	Контрольная работа
2.	<b>Дифференциальные уравнения первого порядка</b>	14	22	26	62	Контрольная работа
<b>Экзамен 36</b>						
<b>Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре:</b>						
3.	<b>Дифференциальные уравнения n-го порядка.</b>	2	4	4	12	Контрольная работа
4.	<b>Неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка</b>	2	2	4	12	Контрольная работа
5.	<b>Краевые задачи.</b>	2	2	4	8	Контрольная работа
6.	<b>Системы дифференциальных уравнений</b>	2	4	4	16	Контрольная работа
7.	<b>Теория устойчивости</b>	2	4	4	8	Контрольная работа
8.	<b>Уравнения в частных производных</b>	4	4	4	8	Контрольная работа
9.	<b>Вариационное исчисление</b>	4	4	6	10	Контрольная работа

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего часов	Формы текущего контроля успеваемости
<b>Экзамен 36</b>						
	<b>Всего:</b>	<b>36(+72)</b>	<b>48</b>	<b>60</b>	<b>216</b>	

#### 2.4. Планы теоретических (лекционных) занятий

№	Наименование тем лекций	Кол-во часов в 4 и 5 семестрах
<b>4 семестр</b>		
<b>РАЗДЕЛ 1. Основные понятия.</b>		
1.	<p>Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Определение частного и общего решения, связь между ними. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие задачи Коши. Теорема существования и единственности решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (без доказательства). Геометрическая интерпретация обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.</p>	4
<b>РАЗДЕЛ 2. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка.</b>		
1.	<p>Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка - основные свойства решения однородных и неоднородных уравнений. Метод вариации произвольной постоянной. Уравнение Бернулли. Уравнение Рикатти.</p> <p>Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Условие полного дифференциала. Интегрирующий множитель.</p> <p>Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Решение дифференциальных уравнений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Понятие особого решения.</p> <p>Методы приближенных решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.</p>	14
<b>5 семестр</b>		
<b>РАЗДЕЛ 3. Дифференциальные уравнения n-го порядка.</b>		
1.	<p>Линейная зависимость и независимость функций. Понятие линейной зависимости и независимости функций. Определитель Вронского. Свойства. Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие понятия. Понятие частного и общего решения. Задача Коши.</p> <p>Дифференциальные уравнения n-го порядка, допускающие понижение порядка. Решение дифференциальных уравнений n-го порядка методом введения параметра.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие понятия. Свойства. Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Структура общего решения. Понятие фундаментальной системы решений.</p> <p>Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.</p>	2



<b>РАЗДЕЛ 4. Неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка</b>		
1.	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	2
<b>РАЗДЕЛ 5. Краевые задачи.</b>		
1.	Краевые задачи. Понятие краевой задачи. Решение краевой задачи с помощью функции Грина.	2
<b>РАЗДЕЛ 6. Системы дифференциальных уравнений.</b>		
1.	Системы обыкновенные дифференциальных уравнений. Общие понятия. Понятие частного и общего решения. Задача Коши. Системы линейных дифференциальных уравнений. Общие понятия. Свойства. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений. Структура общего решения. Понятие фундаментальной системы решений. Системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольной постоянной. Системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2
<b>РАЗДЕЛ 7. Теория устойчивости.</b>		
1.	Элементы теории устойчивости. Основные понятия. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Исследование на устойчивость по первому приближению. Признаки отрицательности действительных частей всех корней многочлена. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Теорема Малкина об устойчивости при постоянно действующих возмущениях.	2
<b>РАЗДЕЛ 8. Уравнения в частных производных первого порядка.</b>		
1.	Уравнения в частных производных первого порядка. Основные понятия. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.	4
<b>РАЗДЕЛ 9. Вариационное исчисление.</b>		
1.	Вариационные задачи с неподвижными границами. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера. Функционалы вида $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y_1', \dots, y_n') dx$ . Функционалы вида $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) dx$ . Система уравнений Эйлера. Уравнение Эйлера–Пуассона.	4

## 2.5. Планы практических (семинарских) занятий

№	Наименование тем занятий	Кол-во часов в 4 и 5 семестрах
<b>4 семестр</b>		
<b>РАЗДЕЛ 1. Основные понятия.</b>		
1.	Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Определение частного и общего решения, связь между ними. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие задачи Коши. Теорема существования и единственности решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (без доказательства). Геометрическая интерпретация обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.	2
<b>РАЗДЕЛ 2. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка.</b>		
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделенными и	2

	разделяющимися переменными.	
2.	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.	2
3.	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.	2
4.	Уравнение Бернулли.	2
5.	Уравнение Рикатти.	2
6.	Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Условие полного дифференциала. Интегрирующий множитель.	2
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Решение дифференциальных уравнений методом введения параметра.	4
8.	Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Понятие особого решения.	4
9.	Методы приближенных решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.	2
<b>5 семестр</b>		
<b>РАЗДЕЛ 3. Дифференциальные уравнения n-го порядка.</b>		
1.	Линейная зависимость и независимость функций. Понятие линейной зависимости и независимости функций. Определитель Вронского. Свойства.	4
2.	Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие понятия. Понятие частного и общего решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения n-го порядка, допускающие понижение порядка. Решение дифференциальных уравнений n-го порядка методом введения параметра.	
3.	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие понятия. Свойства. Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Структура общего решения. Понятие фундаментальной системы решений. Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.	
<b>РАЗДЕЛ 4. Неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка</b>		
1.	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	2
<b>РАЗДЕЛ 5. Краевые задачи.</b>		
1.	Краевые задачи. Понятие краевой задачи. Решение краевой задачи с помощью функции Грина.	2
<b>РАЗДЕЛ 6. Системы дифференциальных уравнений.</b>		
1.	Системы обыкновенные дифференциальных уравнений. Общие понятия. Понятие частного и общего решения. Задача Коши. Системы линейных дифференциальных уравнений. Общие понятия. Свойства.	4
2.	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений. Структура общего решения. Понятие фундаментальной системы решений. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	
3.	Системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольной постоянной. Системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	
<b>РАЗДЕЛ 7. Теория устойчивости.</b>		

1.	Элементы теории устойчивости. Основные понятия. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Исследование на устойчивость по первому приближению. Признаки отрицательности действительных частей всех корней многочлена.	4
<b>РАЗДЕЛ 8. Уравнения в частных производных первого порядка.</b>		
1.	Уравнения в частных производных первого порядка. Основные понятия. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.	4
<b>РАЗДЕЛ 9. Вариационное исчисление.</b>		
1.	Вариационные задачи с неподвижными границами. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера. Функционалы вида $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, \dots, y'_n) dx$ . Функционалы вида $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) dx$ . Система уравнений Эйлера. Уравнение Эйлера–Пуассона.	4

2.6. Планы лабораторных работ – не предусмотрено

2.7. Планы самостоятельной работы обучающегося по дисциплине (модулю).

№	Название разделов и тем	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость	Формируемые компетенции	Формы контроля
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.	Работа с источниками	4	ОПК–1	Опрос, проверка выполнения домашних работ
2.	Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	Работа с источниками	26	ОПК–1	Опрос, проверка выполнения домашних работ
3.	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.	Работа с источниками	4	ОПК–1 ОПК-3	Опрос, проверка выполнения домашних работ
4.	Уравнение Бернулли.	Работа с источниками	4	ОПК–1 ОПК–3	Опрос, проверка выполнения домашних работ
5.	Уравнение Рикатти.	Работа с источниками	4	ОПК–1 ОПК-3	Опрос, проверка выполнения домашних работ
6.	Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Условие полного дифференциала. Интегрирующий множитель.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ

7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Решение дифференциальных уравнений методом введения параметра.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ
8.	Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Понятие особого решения.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ
9.	Методы приближенных решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ
10.	Решение дифференциальных уравнений n-го порядка методом введения параметра.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ
11.	Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ
12.	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ
13.	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Работа с источниками	4	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ
14.	Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Работа с источниками	6	ОПК-1 ОПК-3 ПК-2	Опрос, проверка выполнения домашних работ

### 3. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОВЗ (ПОДА)

При организации обучения студентов с инвалидностью и ОВЗ обеспечиваются следующие необходимые условия:

- учебные занятия организуются исходя из психофизического развития и состояния здоровья лиц с ОВЗ совместно с другими обучающимися в общих группах, а также индивидуально, в соответствии с графиком индивидуальных занятий;

- при организации учебных занятий в общих группах используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений, создания комфортного психологического климата в группе;

- в процессе образовательной деятельности применяются материально-техническое оснащение, специализированные технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с различными нарушениями, электронные образовательные ресурсы в адаптированных формах.

- подбор и разработка учебных материалов преподавателями производится с учетом психофизического развития и состояния здоровья лиц с ОВЗ;

- использование элементов дистанционного обучения при работе со студентами, имеющими затруднения с моторикой;

- обеспечение студентов текстами конспектов (при затруднении с конспектированием);
- использование при проверке усвоения материала методик, не требующих выполнения рукописных работ или изложения вслух (при затруднениях с письмом и речью) – например, тестовых бланков.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся:

1. Инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, на электронном носителе, в печатной форме увеличенным шрифтом и т.п.);
2. Доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа);
3. Доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, устно, др.).

При необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

#### **4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Учебно-методическое и обеспечение дисциплины для организации самостоятельной работы студентов** (содержит перечень основной литературы, дополнительной литературы, программного обеспечения и Интернет-ресурсы).

В распоряжении преподавателей и обучающихся имеется основное необходимое материально-техническое оборудование, Интернет-ресурсы, доступ к полнотекстовым электронным базам, книжный фонд библиотеки Московского государственного гуманитарно-экономического университета.

#### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

##### **5.1. Перечень основной литературы**

1. Осадчий, Ю. М. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Ю.М. Осадчий. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 157 с. - ISBN 978-5-16-107965-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039633>. Режим доступа: по подписке.

2. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: Учебное пособие / Пантелеев А.В., Якимова А.С., Рыбаков К.А. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 432 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011973-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010761>. Режим доступа: по подписке.

##### **5.2. Перечень дополнительной литературы**

1. Литвин, Д. Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы: Учебное пособие / Литвин Д.Б., Мелешко С.В., Мамаев И.И. - Ставрополь:Сервисшкола, 2017. - 76 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/976476>. Режим доступа: по подписке.

2. Маничев, В. Б. Численные методы. Достоверное и точное численное решение дифференциальных и алгебраических уравнений в САЕ-системах САПР : учебное пособие / В. Б. Маничев, В. В. Глазкова, И. А. Кузьмина. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 152 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010366-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/980116>. Режим доступа: по подписке.

##### **5.3. Программное обеспечение**

1. Сетевой компьютерный класс, оснащенный современной техникой
2. Офисный программный пакет (например, Microsoft Office 2003 или более поздних версий).
3. Web-браузер Mozilla Firefox или Google Chrome
4. Экран для проектора

##### **5.4. Электронные ресурсы**

1. Открытый ПП SiLab.
2. Национальный открытый Университет «ИНТУИТ» [www.intuit.ru](http://www.intuit.ru)
3. Энциклопедия Кругосвет. Универсальная научно-популярная онлайн-энциклопедия. [www.krugosvet.ru](http://www.krugosvet.ru)
4. Национальный открытый университет ИНТУИТ [Электронный ресурс]. URL: <http://www.intuit.ru> (дата обращения: 01.07.2014).

5. Хабрахабр [Электронный ресурс]. URL: <http://habrahabr.ru/>.
6. <http://www.lessons-tva.info/> - На сайте представлены различные учебные материалы, в том числе онлайн учебники (авторские курсы) по дисциплинам: информатика, компьютерные сети и телекоммуникации, информатика и компьютерная техника.
7. Электронная библиотека <https://new.znaniium.com/>
8. Электронная библиотека <https://biblio-online.ru/>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий	Перечень оборудования и технических средств обучения
1.	Аудитория №109	<p>Учебная аудитория 1-109 Кол-во посадочных мест – 24 Оснащена учебной мебелью Рабочее место преподавателя Мультимедийный проектор Epson EH-TW535W Интерактивная доска Smart Board</p> <p>11 компьютеров Системный блок: Процессор Intel(R) Core(TM) i5-6400 CPU @ 2.70GHz 4096 МБ ОЗУ SSD Объем: 120 ГБ Монитор Philips PHL 243V5 - 24 дюйма Акустическая система Sven</p> <p>Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office 2007 (гос. Контракт № 14/09 от 14.04.2009); Microsoft Windows 7 Professional (Сублицензионный договор № Tr000419452); Консультант Плюс (Договор № 40814-64034/01.2020 от 22.01.2020); Kaspersky Endpoint Security 10 (Сублицензионный договор № 11-05/19); Visual Studio 2017 (Сублицензионный договор № Tr000419452); Свободно распространяемое программное обеспечение: 1С Предприятие 8 (учебная версия); AnyLogic 7; Bloodshell Dev C++; Cisco Packet Tracer; Oracle VM VirtualBox; PSPP; Python 3.7; scilab 5.5.2; Scribus 1.4.7; Turbo Pascal 7; Vmware Workstation.</p>
2.	Аудитория №308	<p>Учебная аудитория 1-308 Кол-во посадочных мест – 24 Оснащена учебной мебелью Рабочее место преподавателя Экран Интерактивная доска Elite Panaboard UB-T880W с акустической системой Проектор Epson EB-440W</p> <p>11 компьютеров Системный блок: Процессор Intel(R) Core(TM) i5-2400 CPU @ 3.10GHz 8192 ОЗУ</p>

		<p>HDD Объем: 500 ГБ  Монитор DELL EX231W - 24 дюйма  Лицензионное программное обеспечение:  Консультант Плюс (Договор № 40814-64034/01.2020 от 22.01.2020);  Visual Studio 2017 (Сублицензионный договор № Tr000419452);  Microsoft Office 2007 (гос. Контракт № 14/09 от 14.04.2009);  Microsoft Windows 7 Professional (Сублицензионный договор № Tr000419452);  Kaspersky Endpoint Security 10 (Сублицензионный договор № 11-05/19);  Свободно распространяемое программное обеспечение:  Oracle VM VirtualBox;  scilab 5.5.2.</p>
3.	Аудитория №306	<p>Учебная аудитория 1-306  Кол-во посадочных мест – 19  Оснащена учебной мебелью  Рабочее место преподавателя  Интерактивная доска Elite Panaboard UB-T880W с акустической системой  Проектор Epson EB-440W</p> <p>12 компьютеров  Системный блок:  Процессор Intel(R) Core(TM) i5-2400 CPU @ 3.10GHz  8192 ОЗУ  HDD Объем: 500 ГБ  Монитор DELL EX231W – 24 дюйма</p> <p>Лицензионное программное обеспечение:  Adobe Design Standart CS5.5 (Договор-оферта № Tr017922 от 06.04.2011);  CorelDRAW Graphics Suite X5 Classroom License ML 15+1 (Договор-оферта № Tr017922 от 06.04.2011);  Консультант Плюс (Договор № 40814-64034/01.2020 от 22.01.2020);  Visual Studio 2017 (Сублицензионный договор № Tr000419452);  Microsoft Office Plus 2007 (гос. Контракт № 14/09 от 14.04.2009);  Microsoft Windows 7 Professional (Сублицензионный договор № Tr000419452);  Kaspersky Endpoint Security 10 (Сублицензионный договор № 11-05/19);  Свободно распространяемое программное обеспечение:  1С Предприятие 8 (учебная версия);  Oracle VM VirtualBox;  Python 3.7;  Cisco Packet Tracer.</p>
4.	Аудитория №402	<p>Учебная аудитория 1-402  Кол-во посадочных мест – 34  Оснащена учебной мебелью  Рабочее место преподавателя  Интерактивная доска Smart Board  Проектор Epson EH-TW535W</p> <p>11 компьютеров  Системный блок 1:  Процессор Intel(R) Core(TM) i5-4570 CPU @ 3.20GHz  8192 ОЗУ  HDD Объем: 500 ГБ  Монитор Viewsonic 23.6</p> <p>Системный блок 2:</p>



		<p>Процессор Intel(R) Core(TM) i5-8400 CPU @ 2.80GHz 8192 ОЗУ SSD Объем: 240 ГБ Акустическая система 2.0 Лицензионное программное обеспечение: Visual Studio 2017 (Сублицензионный договор № Tr000419452); Microsoft Office 2010 (Сублицензионный договор № Tr000419452); Microsoft Windows 10 Для образовательных учреждений (Сублицензионный договор № Tr000419452); Консультант Плюс (Договор № 40814-64034/01.2020 от 22.01.2020); Kaspersky Endpoint Security 10 (Сублицензионный договор № 11-05/19); Свободно распространяемое программное обеспечение: 1С Предприятие 8.2 (учебная версия); Bloodshell Dev C++; NetBeans; Notepad++; Python 3.7; scilab 6.0.2; Scribus 1.4.7.</p>
--	--	---

## 7. ОЦЕНКА КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ИЗУЧАЕМОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

№	Критерии оценки			
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
<b>ЗНАТЬ</b>				
1	Студент не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины. Не знает основы математики.	Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет проблемы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания об основах математики.	Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы математики.	Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен дать краткую характеристику основным идеям проработанного материала дисциплины. Знает основы математики.
<b>УМЕТЬ</b>				
2	Студент не умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов дифференциальных уравнений.	Студент испытывает затруднения в ходе решения стандартных профессиональных задач с применением методов дифференциальных уравнений.	Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением методов дифференциальных уравнений.	Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов дифференциальных уравнений.
<b>ВЛАДЕТЬ</b>				
3	Студент не владеет навыками теоретического и практического применения задач дифференциальных уравнений.	Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения задач дифференциальных уравнений.	Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения задач дифференциальных уравнений.	Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности. Студент владеет навыками теоретического и практического применения дифференциальных уравнений.
	Компетенция или ее часть не сформирована.	Компетенция или ее часть сформирована на базовом уровне.	Компетенция или ее часть сформирована на среднем уровне.	Компетенция или ее часть сформирована на высоком уровне.

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Интерактивные образовательные технологии, используемые в аудиторных занятиях и самостоятельной работе обучающихся – не предусмотрены

## 9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 9.1. Организация входного, текущего и промежуточного контроля обучения

Входное тестирование – не предусмотрено.

Текущий контроль – опрос, контрольная работа.

Промежуточная аттестация – экзамен.

9.2. Тематика рефератов, проектов, творческих заданий, эссе и т.п. – не предусмотрены.

9.3. Курсовая работа – не предусмотрена.

### 9.4. Вопросы к экзамену:

1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной.
4. Уравнение Бернулли. Уравнение Рикатти.
5. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие Эйлера. Интегрирующий множитель.
6. Принцип сжатых отображений.
7. Теорема существования и единственности решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ .
8. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра и от начальных условий.
9. Особые точки. Особые решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ .
10. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра для уравнений вида  $F(x, y, y') = 0$ .
11. Уравнение Лагранжа, уравнение Клеро.
12. Теорема существования и единственности решения уравнения  $F(x, y, y') = 0$ .
13. Особые точки и особые решения уравнения  $F(x, y, y') = 0$ .
14. Сведение уравнений  $n$ -го порядка к системе  $n$  дифференциальных уравнений 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения уравнения  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ .
15. Простейшие случаи понижения порядка.
16. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства линейного оператора.
17. Теоремы о решениях линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка. Фундаментальная система решений.
18. Формула Остроградского–Лиувилля.
19. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Различные случаи корней характеристического уравнения.

20. Уравнения Эйлера. Преобразование уравнения Эйлера в уравнение с постоянными коэффициентами.
21. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Теоремы о решениях линейного неоднородного уравнения.
22. Метод вариации постоянных.
23. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
24. Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов. Периодические решения дифференциальных уравнений.
25. Метод малого параметра и его применение в теории квазилинейных колебаний.
26. Краевая задача.
27. Решение краевых задач методом функции Грина. Свойства функции Грина. Построение функции Грина.
28. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия. Геометрическая и физическая интерпретация решения системы дифференциальных уравнений.
29. Интегрирование системы путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.
30. Нахождение интегрируемых комбинаций.

### Вопросы к экзамену:

1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной.
4. Уравнение Бернулли. Уравнение Рикатти.
5. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие Эйлера. Интегрирующий множитель.
6. Принцип сжатых отображений.
7. Теорема существования и единственности решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ .
8. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра и от начальных условий.
9. Особые точки. Особые решения уравнения  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ .
10. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра для уравнений вида  $F(x, y, y') = 0$ .
11. Уравнение Лагранжа, уравнение Клеро.
12. Теорема существования и единственности решения уравнения  $F(x, y, y') = 0$ .
13. Особые точки и особые решения уравнения  $F(x, y, y') = 0$ .
14. Сведение уравнений  $n$ -го порядка к системе  $n$  дифференциальных уравнений 1-го порядка. Теорема существования и единственности решения уравнения  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ .
15. Простейшие случаи понижения порядка.
16. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства линейного оператора.
17. Теоремы о решениях линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка. Фундаментальная система решений.
18. Формула Остроградского–Лиувилля.
19. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Различные случаи корней характеристического уравнения.

20. Уравнения Эйлера. Преобразование уравнения Эйлера в уравнение с постоянными коэффициентами.
21. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Теоремы о решениях линейного неоднородного уравнения.
22. Метод вариации постоянных.
23. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
24. Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов. Периодические решения дифференциальных уравнений.
25. Метод малого параметра и его применение в теории квазилинейных колебаний.
26. Краевая задача.
27. Решение краевых задач методом функции Грина. Свойства функции Грина. Построение функции Грина.
28. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия. Геометрическая и физическая интерпретация решения системы дифференциальных уравнений.
29. Интегрирование системы путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.
30. Нахождение интегрируемых комбинаций.
31. Системы линейных дифференциальных уравнений. Теоремы о решениях системы линейных дифференциальных уравнений.
32. Метод вариации постоянных.
33. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Различные случаи корней характеристического уравнения.
34. Определение устойчивости решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову.
35. Определение асимптотической устойчивости. Точка покоя.
36. Простейшие типы точек покоя.
37. Второй метод Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.
38. Теорема Четаева о неустойчивости.
39. Исследование на устойчивость по первому приближению.
40. Теорема Ляпунова об исследовании по первому приближению.
41. Признаки отрицательности действительных частей всех корней многочлена. Теорема Гурвица.
42. Случай малого коэффициента при производной высшего порядка.
43. Определение устойчивости при постоянно действующих возмущениях. Теорема Малкина.
44. Теорема Ковалевской о существовании и единственности решения уравнения в частных производных.
45. Линейные однородные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики уравнений.
46. Теорема об общем решении уравнения  $\sum_{i=1}^n X_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial z}{\partial x_i} = 0$ .
47. Однородные и неоднородные уравнения в частных производных от функции  $n$  переменных.
48. Вариационное исчисление. Вариация функционала и ее свойства.
49. Основная теорема вариационного исчисления.
50. Основная лемма вариационного исчисления.
51. Простейшая задача вариационного исчисления с неподвижными границами. Уравнение Эйлера.
52. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера.

53. Функционалы вида  $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, \dots, y'_n) dx$ . Система уравнений Эйлера.
54. Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка —  $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) dx$ . Уравнение Эйлера–Пуассона.
55. Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных —  $\iint_D F\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) dx dy$ . Уравнение Остроградского.
56. Простейшая задача с подвижными границами. Условие трансверсальности. Условие трансверсальности.
57. Вариационная задача на условный экстремум. Связи вида  $\varphi(x, y_1, y_2, \dots, y_n) = 0$ .
58. Теорема об экстремуме функционала  $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, \dots, y'_n) dx$  при наличии условий  $\varphi_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n) = 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $m < n$ ).
59. Изопериметрическая задача.

### 9.5. Контроль освоения компетенций

Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
Опрос	1,2,3,4,5,6,7,8,9	ОПК-1, ОПК-3. ПК-2
Контрольная работа	1,2,3,4,5,6,7,8,9	ОПК-1, ОПК-3. ПК-2

